

文章编号: 1000-4750(2009)02-0010-06

结构地震响应计算模型的分析与比较

*柳国环¹, 李宏男¹, 林海²

(1. 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024; 2. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072)

摘 要: 回顾并比较了地震动激励下计算结构响应的位移输入模型和一致加速度输入模型, 详细地讨论了由于阻尼项忽略不同导致两种输入模型的本质差别, 分析了由此对计算结果产生的影响, 并通过数值算例说明该影响不容忽视, 进而建议在比较地震动多点激励与一致激励下的结构反应时, 一致激励应采用位移输入模型而不是一致加速度输入模型, 从而可避免由于两种模型本身阻尼项忽略不同对计算结果产生的影响。此外, 指出了振型叠加方法在严格理论上不适用于位移输入模型。

关键词: 地震动; 位移输入模型; 一致加速度输入模型; 阻尼; 多点激励

中图分类号: TU311.3; TU352.1⁺1 **文献标识码:** A

COMPARISON AND EVALUATION OF MODELS FOR STRUCTURAL SEISMIC RESPONSES ANALYSIS

*LIU Guo-huan¹, LI Hong-nan¹, LIN Hai²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

(2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Two types of models, displacement input model and uniform acceleration input model, for structural response calculation subjected to earthquake ground motions, are reviewed and discussed. It is found that the omitted damping terms in the two models are different, which may have significant influence on structural responses. It is recommended that displacement input model, rather than uniform acceleration input model, to be adopted in comparing seismic responses caused by consistent excitations with those caused by multi-support excitations, to avoid the influence of the difference in omitted damping terms. Moreover, it is pointed out, contrary to the current viewpoints, modal superposition method is not applicable to the displacement input model.

Key words: earthquake ground motion; displacement input model; uniform acceleration input model; damping; multi-support excitation

地震动激励下, 结构响应分析常采用两种输入模型: 位移输入模型和一致加速度输入模型。位移输入模型是建立在绝对坐标系下的动力平衡方程, 既适用于一致激励也适用于多点激励, 计算直接得到的反应是绝对量值; 一致加速度输入模型是建立在相对坐标系下的动力平衡方程, 计算得到的反应

是相对量值。

对于一些平面尺寸较小结构(如普通工业与民用建筑等), 可认为地震动在其各支座处输入相同, 结构的总位移可表达为地震地面运动位移与相对位移(结构与地面的相对位移)之和, 结构的内力只与相对位移有关。这时, 常采用一致加速度模型对

收稿日期: 2007-08-10; 修改日期: 2007-12-29

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50638010); 国家杰出青年自然科学基金项目(50025823); 教育部创新团队基金项目(IRT0518)

作者简介: *柳国环(1980—), 男, 天津人, 博士生, 从事结构抗震、抗风研究(E-mail: carecivil@yahoo.com.cn);

李宏男(1957—), 男, 沈阳人, 特聘教授, 博导, 院长, 主要从事结构抗震(风)、健康监测与诊断研究(E-mail: hnli@dlut.edu.cn);

林海(1982—), 男, 福建人, 硕士, 从事工程结构抗震研究(E-mail: ocean517@163.com)。

结构进行分析,该模型已被广泛认可与应用;事实上,地震动是不均匀的,即具有时空变化性。该特点对某些结构(如大跨桥梁、大坝和地下管线等)的动力响应具有较大影响^[1],结构的内力不仅取决于相对位移,还与结构支座处地震动输入的差异有关。因此,多点激励是更加合理的震动输入模式^[2-3]。这时,常采用位移输入模型对结构响应进行计算。应该指出,加速度模型也可适用于多点激励^[4]。此外,文献[5]对多点输入下大跨结构的地震反应进行了较系统的总结。

文献[6]对位移输入模型作了讨论。从包括支座节点(结构与地面连接节点)与非支座节点(结构上部节点)的整体平衡方程出发,在导出位移输入模型和一致加速度输入模型的过程中意识到:与一致加速度模型相比,位移输入模型多一阻尼项。这使得我们在利用两模型分析结构反应时会顾虑阻尼项忽略不同对计算结果的影响。为此,本文首先在理论上更详细讨论了由于阻尼项忽略不同而导致两种输入模型的本质区别,并进一步分析了由此会对计算结果产生的影响,然后通过数值算例说明这种影响不容忽视。

不同于一致加速度输入模型,位移输入模型中的未知向量是绝对的,严格理论上不可被振型分解。因此,本文明确指出振型叠加法并不直接适用于位移输入模型。

1 理论模型回顾

一离散单元的结构体系,与地面刚性连接,将其自由度分为两类: n 个非支座节点自由度与 m 个支座节点自由度,这时体系在地震动激励下的动力平衡方程可表达为:

$$\begin{bmatrix} M_{tt} & M_{ts} \\ M_{st} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_t \\ \ddot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{tt} & C_{ts} \\ C_{st} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_t \\ \dot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{tt} & K_{ts} \\ K_{st} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_t \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: X_t 、 \dot{X}_t 和 \ddot{X}_t 为绝对坐标系下非支座节点 n 维未知反应列向量; X_s 、 \dot{X}_s 和 \ddot{X}_s 为绝对坐标系下支座节点 m 维已知列向量,即地震地面运动(下文简称为地面运动)向量; M 、 C 和 K 分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,在式(1)中相应的下标 tt 、 ss 和 $ts(st)$ 分别表示非支座节点自由度、支座节点自由度及其两者之间的耦合,大小分别为

$n \times n$ 、 $m \times m$ 、 $n \times m$ ($m \times n$); \mathbf{P}_s 为支座节点 m 维反力列向量。

将式(1)中上式展开并作简单整理,可得到关于 X_t 、 \dot{X}_t 和 \ddot{X}_t 的方程:

$$M_{tt}\ddot{X}_t + C_{tt}\dot{X}_t + K_{tt}X_t = -M_{ts}\ddot{X}_s - C_{ts}\dot{X}_s - K_{ts}X_s \quad (2)$$

考虑集中质量矩阵,这时有 $M_{ts} = \mathbf{0}$;阻尼项 $-C_{ts}\dot{X}_s$ 被忽略,此时式(2)可表达为:

$$M_{tt}\ddot{X}_t + C_{tt}\dot{X}_t + K_{tt}X_t = -K_{ts}X_s \quad (3)$$

式(3)即为地震动激励下计算结构反应的位移输入模型。其中,方程右边的 X_s 就是需要输入的结构支座处地面运动位移。

将结构绝对位移分成两部分表达,即:

$$X_t = X_I + X_{ps} \quad (4)$$

式中: X_I 为结构由于惯性力而引起的动位移向量; X_{ps} 为不考虑惯性力时(此时,阻尼项也不存在)结构由于地面运动引起的拟静力位移向量。此时考察式(1)上式,当不考虑惯性力时,有下式成立:

$$K_{tt}X_{ps} + K_{ts}X_s = \mathbf{0} \quad (5a)$$

$$\Rightarrow X_{ps} = -K_{tt}^{-1}K_{ts}X_s = \Gamma X_s \quad (5b)$$

式(5a)物理意义是与刚体位移相关的力为 $\mathbf{0}$ ^[6];式(5b)中 $\Gamma = -K_{tt}^{-1}K_{ts}$ 为影响矩阵,其大小为 $n \times m$ 维,物理意义是由支座节点的单位静位移所引起的非支座节点的拟静力位移。联合式(2)、式(4)和式(5)三式,可得:

$$M_{tt}\ddot{X}_I + C_{tt}\dot{X}_I + K_{tt}X_I = -M_{ts}\ddot{X}_s - C_{tt}\Gamma\dot{X}_s - (M_{ts}\ddot{X}_s + C_{ts}\dot{X}_s) \quad (6)$$

其中,方程右边的 \ddot{X}_s 就是需要输入的支座处地面运动加速度。同上文所述, $M_{ts} = \mathbf{0}$,忽略阻尼力项 $C_{ts}\dot{X}_s$;考虑一致地震动输入,此时拟静力位移与地面运动位移相同,即 $X_{ps} = \Gamma x_s = E x_s$ (E 为 n 维单位列向量)。若不考虑式(6)右端阻尼项 $-C_{tt}E\dot{x}_s$,式(6)可表达为:

$$M_{tt}\ddot{X}_I + C_{tt}\dot{X}_I + K_{tt}X_I = -M_{tt}E\ddot{x}_s \quad (7)$$

式(7)即为常被采用的一致加速度模型。

2 两种模型差别的详细讨论

2.1 两种模型阻尼项忽略不同对结构响应的影响

文中讨论的两种输入模型均通过方程(1)导出,但在推导过程中不难发现,一致加速度输入模型式(7)比位移输入模型式(3)多忽略了阻尼项 $-C_{tt}E\dot{x}_s$ 。

这一点，也可直接从式(3)向式(7)的推导过程中发现。

将式(4)代入式(3)并作简单整理，可得：

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_I = -\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_{ps} - \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_{ps} - (\mathbf{K}_u \mathbf{X}_{ps} + \mathbf{K}_{ts} \mathbf{X}_s) \quad (8)$$

将式(5b)代入式(8)并考虑 $\Gamma \mathbf{X}_s = \mathbf{E} \mathbf{x}_s$ ，可得：

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_I = -\mathbf{M}_u \mathbf{E} \ddot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{C}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s \quad (9)$$

应该指出，一致激励下，式(3)与式(9)等价。比较式(7)与式(9)，也可发现，一致加速度输入模型是在位移输入模型基础上忽略阻尼 $-\mathbf{C}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ 得出。因此，对于有阻尼体系，采用一致加速度模型与位移输入模型对同一结构均进行一致激励，计算结果会存在差别。下面对有关阻尼项忽略不同而导致的两模型本质区别进行讨论。

考虑 Rayleigh 阻尼，即：

$$\mathbf{C}_u = \alpha \mathbf{M}_u + \beta \mathbf{K}_u \quad (10)$$

式中， α 、 β 分别为质量和刚度比例系数。此时，式(9)可表达为：

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_I + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_I = -\mathbf{M}_u \mathbf{E} \ddot{\mathbf{x}}_s - \alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s - \beta \mathbf{K}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s \quad (11)$$

令 $\mathbf{X}_I = \mathbf{X}_{I1} + \mathbf{X}_{I2} + \mathbf{X}_{I3}$ ，其中 \mathbf{X}_{I1} 、 \mathbf{X}_{I2} 和 \mathbf{X}_{I3} 分别表示由 $-\mathbf{M}_u \mathbf{E} \ddot{\mathbf{x}}_s$ 、 $-\alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ 和 $-\beta \mathbf{K}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ 引起的动反应向量。这时，将一致加速激励时，式(11)可分解为式(12)、式(13)和式(14)，即：

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_{I1} + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_{I1} + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_{I1} = -\mathbf{M}_u \mathbf{E} \ddot{\mathbf{x}}_s \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_{I2} + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_{I2} + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_{I2} = -\alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s \quad (13)$$

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_{I3} + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_{I3} + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_{I3} = -\beta \mathbf{K}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s \quad (14)$$

式(12)就是一致加速度输入模型式(7)。考虑 $-\mathbf{K}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{K}_{ts} \dot{\mathbf{x}}_s$ 恒成立。因此，式(14)可表达为：

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{X}}_{I3} + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{X}}_{I3} + \mathbf{K}_u \mathbf{X}_{I3} = \mathbf{K}_{ts} \dot{\mathbf{x}}_s \quad (15)$$

若采用一致加速度模型，就相当于在位移输入模型基础上忽略了式(13)和式(15)。不考虑式(13)，其物理意义是在所有非支座节点自由度方向忽略集中力分布 $-\alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ ； \mathbf{K}_{ts} 中只有支座附近节点自由度对应的元素非零，其数学意义是表示支座附近节点与支座节点自由度的耦合，而物理意义是支座连接构件刚度的负值。所以，不考虑式(15)，相当于在支座附近节点忽略集中力或力矩 $\beta \mathbf{K}_{ts} \dot{\mathbf{x}}_s$ 。下面，以图 1 中剪切型结构进一步说明：结构质量矩阵 $\mathbf{M} = \text{diag}(M_1 \cdots M_i \cdots M_{n-1} M_n)$ ， \mathbf{K}_u 与 \mathbf{K}_{ts} 见式(16)，容易看出， $-\alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ 是施加在非支座节点的集中力、 $-\mathbf{K}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{K}_{ts} \dot{\mathbf{x}}_s$ 为施加在支座附近节点

的集中力。

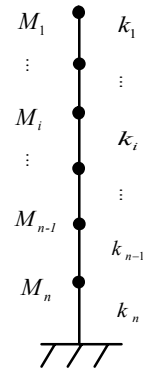


图 1 结构示意图

Fig.1 Illustration of structures

$$\mathbf{K}_u = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & & \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & -k_{i-1} & k_{i-1}+k_i & -k_i & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & -k_{n-1} & k_{n-1}+k_n \end{bmatrix} \quad (16a)$$

$$\mathbf{K}_{ts} = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ \cdots \ -k_n]^T \quad (16b)$$

位移输入模型式(3)与式(11)等价，式(11)可分解为式(12)、式(13)和式(15)，因此，地震动激励下计算结构反应的位移输入模型可分解为三个计算模型(见图 2)考虑。若不考虑模型 2 和模型 3，就是一致加速度输入模型 1。

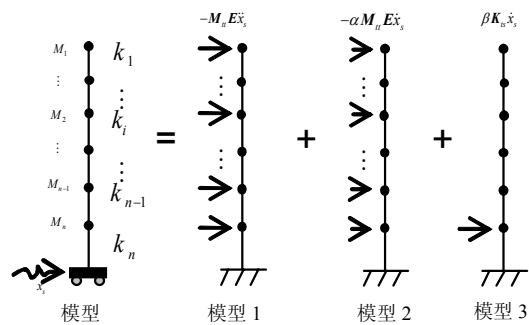


图 2 位移输入模型等价示意图

Fig.2 Equivalent displacement input model

为了进一步说明忽略项 $-\alpha \mathbf{M}_u \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_s$ 、 $\beta \mathbf{K}_{ts} \dot{\mathbf{x}}_s$ 对结构反应的影响，分别考虑质量阻尼($\alpha \neq 0, \beta = 0$)和刚度阻尼($\alpha = 0, \beta \neq 0$)，对图 3 算例进行分析。图中结构模型具有 40 个 x 方向平动位移自由度，节点质量相同， x 和 z 表示坐标方向；局部坐标系下的单元刚度矩阵 $\mathbf{k}^e = k[1 \ -1; -1 \ 1]$ ，其中 $k = 12EI/L^3$ 为单元剪切刚度；局部坐标与全局坐标方向一致；

地震动选用 El Centro 波(1940ns), 时间间隔 0.01s, 持时 40s, 其加速度、速度和位移时程见图 4; 动力方程求解采用 HHT-alpha 方法^[7-8], $\alpha=0$, 积分步长取为 0.01s; 计算结果见图 5、图 6 和表 1。

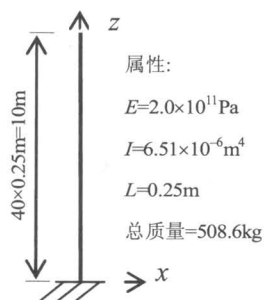


图 3 数值算例

Fig.3 Numerical example

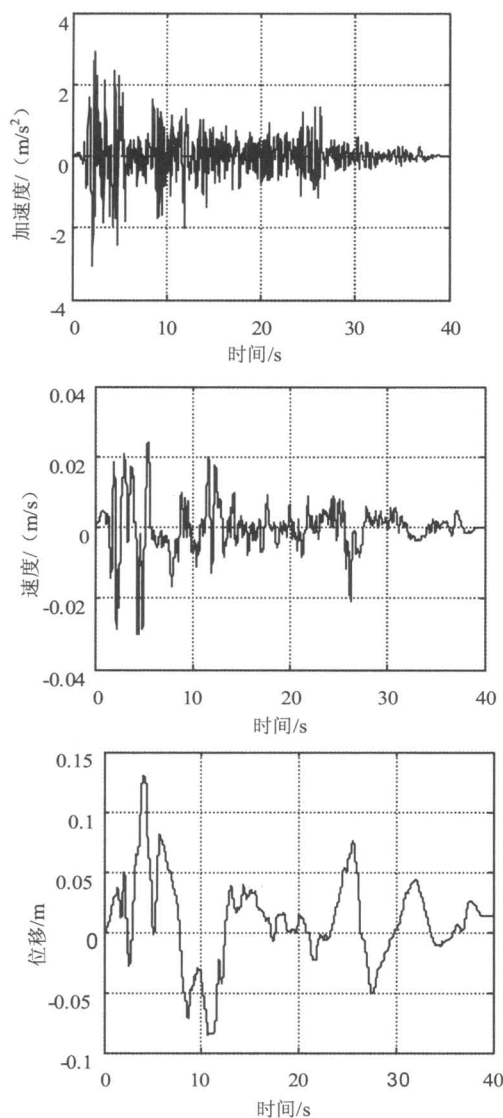


图 4 El Centro 波时程(1940ns)

Fig.4 Time history of El Centro(1940ns)

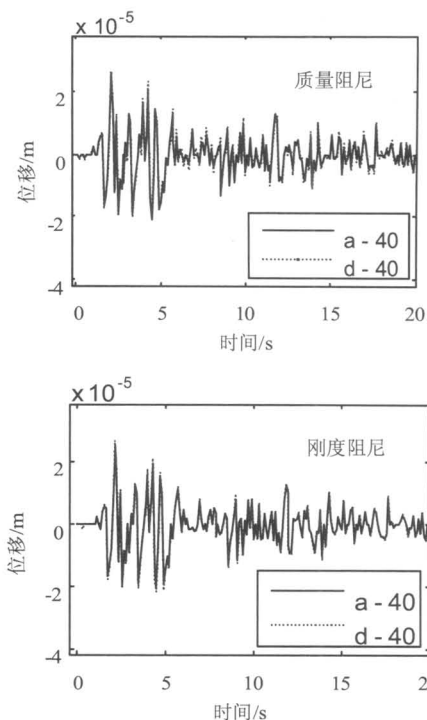


图 5 顶部结点相对地面位移时程

Fig.5 Relative displacement response of the top joint

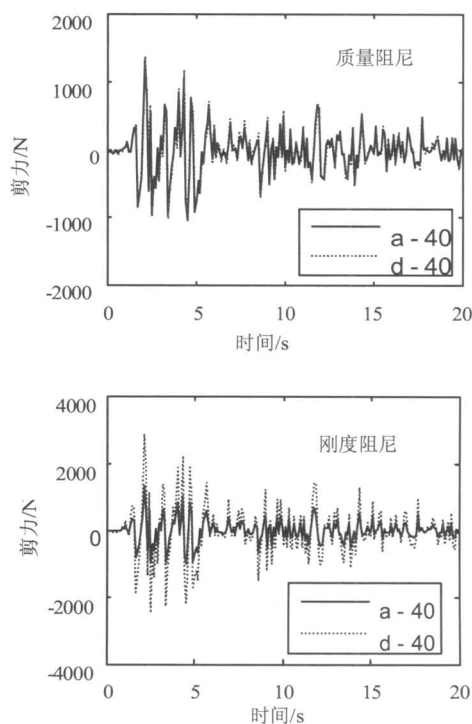


图 6 底部单元剪力时程

Fig.6 Shear force of the bottom element

采用两种输入模型对结构分析, 从图 5、图 6 和表 1 中可看出: 当只考虑质量阻尼时, 计算结果很接近, 位移和剪力最大相差 2.27% 和 2.29%, 说明 $-\alpha M_{ii} E \dot{x}_s$ 对计算结果影响可忽略。这是因为,

与 $-M_{ii}E\ddot{x}_s$ 相比, $-\alpha M_{ii}E\dot{x}_s$ 中 \dot{x}_s 已足够小(见图4)以致该项可被忽略; 当只考虑刚度阻尼时, 计算结果相差较大, 位移和剪力最大分别相差8.63%和54.32%, 而底部单元剪力相差更大是因为 $\beta K_{is}\dot{x}_s$ 恰好为支座附近节点的集中力。通过式(16b)和 K_{is} 的物理意义容易发现, 剪力的差别与支座相连构件刚度有关。文献[8-10]明确指出, 由于结构振型阻尼比大体相同, 只选取质量阻尼或刚度阻尼矩阵都不适合多自由度体系的实际分析, 宜选取 Rayleigh 阻尼。值得说明, 在理论上讲, 若结构中加入阻尼器, 采用一致加速度输入模型和位移输入模型计算得到的结构反应差别更大。

表 1 相对位移与剪力最大值比较

Table.1 Comparison of the maximum relative displacement and shear force

计算模型	质量阻尼		刚度阻尼	
	顶点位移/ 1.0×10 ⁻⁵ m	剪力/N	顶点位移/ 1.0×10 ⁻⁵ m	剪力/N
一致加速度	2.58	1328.64	2.54	1315.12
位移	2.64	1359.71	2.78	2878.96
误差(%)	2.27	2.29	8.63	54.32

由以上分析可知, 若对结构多点激励与一致激励的计算结果进行比较, 从而说明多点激励的必要性, 本文建议一致激励不采用一致加速度输入模型而采用位移输入模型。否则, 计算结果之间的差异会包括由于模型本身阻尼项忽略不同而产生的影响。这种影响不局限于结构的线性阶段, 非线性阶段亦存在。

2.2 振型叠加法不直接适用于位移输入模型

与直接积分法相比, 振型叠加法的优点是可以提高计算效率, 该方法常被应用于一致加速度模型, 如基于振型叠加法的时程分析和反应谱分析^[10-11]。考虑一致地震动激励, 拟静力反应向量分量与地震地面运动相同, 位移输入模型式中的 X_t 、 \dot{X}_t 和 \ddot{X}_t 可表达为:

$$X_t = X_I + Ex_s \tag{20}$$

$$\dot{X}_t = \dot{X}_I + E\dot{x}_s \tag{21}$$

$$\ddot{X}_t = \ddot{X}_I + E\ddot{x}_s \tag{22}$$

式中, Ex_s 、 $E\dot{x}_s$ 和 $E\ddot{x}_s$ 表示地震地面运动量。其中, X_I 、 \dot{X}_I 和 \ddot{X}_I 可被振型分解, 但 Ex_s 、 $E\dot{x}_s$ 和 $E\ddot{x}_s$ 不可如此表达, 即:

$$X_I = \sum_i \Phi_i q_i, \quad Ex_s = \sum_i \Phi_i q_i \tag{23}$$

$$\dot{X}_I = \sum_i \Phi_i \dot{q}_i, \quad E\dot{x}_s = \sum_i \Phi_i \dot{q}_i \tag{24}$$

$$\ddot{X}_I = \sum_i \Phi_i \ddot{q}_i, \quad E\ddot{x}_s = \sum_i \Phi_i \ddot{q}_i \tag{25}$$

式中: Φ_i 为结构第 i 振型向量; q_i 、 \dot{q}_i 和 \ddot{q}_i 为广义位移、速度和加速度坐标向量。这是因为: 1) 从物理角度讲, 每一时刻, 向量 Ex_s 、 $E\dot{x}_s$ 和 $E\ddot{x}_s$ 的各分量相同, 依次分别为该时刻地面运动的位移、速度和加速度, 与结构振型的形状及其参与数量无关; 2) 从数学角度分析, $\Phi_i (i=1,2,\dots)$ 不是 Ex_s 、 $E\dot{x}_s$ 和 $E\ddot{x}_s$ 向量空间的基。因此, 根据式(23)、式(24)和式(25)三式可知:

$$X_t \neq \sum_i \Phi_i q_i, \quad \dot{X}_t \neq \sum_i \Phi_i \dot{q}_i, \quad \ddot{X}_t \neq \sum_i \Phi_i \ddot{q}_i \tag{26}$$

即位移输入模型中 X_t 、 \dot{X}_t 和 \ddot{X}_t 不可振型分解。或者说, 采用位移输入模型时, 不可利用振型叠加方法求解结构反应。

文献[6]对位移输入模型采用了振型叠加法, 并认为零阻尼时得到的不可信结构反应原因在于没有考虑高频振型, 这种观点值得思考; 同时, 该文献又指出上述原因又难以解释非零阻尼时该结构反应异常大的现象, 这种放大现象原因值得进一步研究。

振型分解是采用反应谱方法的前提, 因此反应谱方法也不直接适用于位移输入模型。一致输入可视为多点输入一种特殊情形, 试图通过对位移输入模型绝对反应振型分解而直接推导多点反应谱的方法行不通。

3 结论

本文对求解结构地震响应的位移输入模型和一致加速度模型进行了较为详细地分析与比较, 根据上面的理论分析与数值计算结果可总结如下:

(1) 一致加速度模型与位移输入模型本质存在差别, 导致计算得到的结构反应不同。质量阻尼导致的差异较小, 而刚度阻尼导致的差异较大且不容忽视。与无阻尼器结构相比, 采用这两种模型对有阻尼器结构分析, 理论上计算结果相差更大。

(2) 当比较结构多点激励与一致激励下的结构反应时, 为了更能够充分说明是由于地震动输入不同而导致的计算结果的差异, 一致激励宜采用位移输入模型而不是一致加速度模型。否则, 计算结果间的差异会包括由于两种模型本身不同带来的影响。

(3) 严格理论上, 振型叠加的时程分析方法与基于振型分解的反应谱方法不适用于位移输入模型。

(4) 理论上, 试图对位移输入模型中绝对反应直接振型分解, 进而建立多点反应谱的途径不可行。

参考文献:

- [1] 李宏男. 结构多维抗震理论[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
Li Hongnan. Earthquake resistant theory of structures to multi-dimensional excitations [M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese)
- [2] 丁阳, 林伟, 李忠献. 大跨度空间结构多维多点非平稳随机地震反应分析[J]. 工程力学, 2007, 24(3): 97—103.
Ding Yang, Lin Wei, Li Zhongxian. Analysis models and methods for structural seismic responses [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(3): 97—103. (in Chinese)
- [3] 薛素铎, 王雪生, 曹资. 空间网格结构多维多点随机地震响应分析的高效算法[J]. 世界地震工程, 2004, 20(3): 43—49.
Xue Suduo, Wang Xuesheng, Cao Zi. An efficient algorithm for multi-dimensional and multi-support random seismic analysis of spatial reticulated structures [J]. World Earthquake Engineering, 2004, 20(3): 43—49. (in Chinese)
- [4] 田玉基, 杨庆山. 地震地面运动作用下结构反应的分析模型[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 170—174.
Tian Yuji, Yang Qingshan. Analysis models and methods for structural seismic responses [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 170—174. (in Chinese)
- [5] 全伟, 李宏男. 大跨结构多维多点输入抗震研究进展[J]. 防灾减灾工程学报, 2006, 26(3): 343—349.
Quan Wei, Li Hongnan. State-of-the-Art review on multi-component multi-support Seismic response analysis of long-span structures [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2006, 26(3): 343—349. (in Chinese)
- [6] Wilson E L. Static and dynamic analysis of structures: A physical approach with emphasis on earthquake engineering [M]. Berkley, California: Computers and Structures, Inc, 2004.
- [7] Hughes T. The finite element method-linear static and dynamic finite element analysis [M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1987.
- [8] Chopra A. Structure of dynamics [M]. New Jersey: Prentice—Hall, Inc, 1995.
- [9] Bathe K J. Finite element procedures in engineering analysis [M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1982.
- [10] Chopra A. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering [M]. 2nd Edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 2001.
- [11] Clough, R.W. Penzien. J. Dynamics of structures [M]. 2nd Edition. New York: Computers and Structures, Inc, 2004.

(上接第 4 页)

- [5] Long Z F, Li J X, Cen S, Long Y Q. Some basic formulae for area coordinates used in quadrilateral elements [J]. Communications in Numerical Methods in Engineering, 1999, 15(12): 841—852.
- [6] Chen X M, Cen S, Long Y Q, Yao Z H. Membrane elements insensitive to distortion using the quadrilateral area coordinate method [J]. Computers and Structures, 2004, 82(1): 35—54.
- [7] Cen S, Du Y, Chen X M, Fu X R. The analytical element stiffness matrix of a recent 4-node membrane element formulated by the quadrilateral area coordinate method [J]. Communications in Numerical Methods in Engineering, 2007, 23(12): 1095—1110.
- [8] Soh A K, Long Y Q, Cen S. Development of eight-node quadrilateral membrane elements using the area coordinates method [J]. Computational Mechanics, 2000, 25(4): 376—384.
- [9] Cen S, Long Y Q, Yao Z H, Chiew S P. Application of the quadrilateral area coordinate method: A new element for Mindlin-Reissner plate [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 66(1): 1—45.
- [10] Cen S, Fu X R, Long Y Q, Li H G, Yao Z H. Application of the quadrilateral area coordinate method: A new element for laminated composite plate bending problems [J]. Acta Mechanica Sinica, 2007, 23(5): 561—575.